

## 一. 单选题

1. 对于三角形 $ABC$ , 已知 $AB = 5$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 7$ . 求中线 $BM$ 长度。( )
- A.  $2\sqrt{7}$     B.  $4\sqrt{2}$     C. 5    D.  $\sqrt{7}$ .
2. 已知等腰梯形 $ABCD$ 包含一个内切圆, 其中 $AB = 7$ ,  $CD = 3$ . 求梯形 $ABCD$ 的面积。( )
- A.  $10\sqrt{21}$     B.  $10\sqrt{6}$     C.  $5\sqrt{21}$     D. 20.
3. 已知 $5/3 < \alpha < 3$ ,  $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$ . 求 $\cos \alpha$ 。( )
- A.  $2\sqrt{2}/3$     B.  $1/3$     C.  $-1/3$     D.  $-2\sqrt{2}/3$ .
4. 点 $A$ 位于以 $O$ 为圆心, 半径为5的圆外, 过点 $A$ 的直线 $l$ 与该圆相交于点 $B$ 和 $C$ ,  $AB = 4$ ,  $AC = 6$ . 求 $AO$ 。( )
- A. 8    B. 7    C. 4    D.  $\sqrt{41}$ .
5. 已知 $\sin(\alpha - \beta) = 1/5$ ,  $\sin(\alpha + \beta) = 1/6$ . 求 $\cos 2\alpha - \cos 2\beta$ 。( )
- A.  $1/30$     B.  $-1/15$     C.  $1/15$     D.  $-1/4$ .
6. 正四棱锥 $S - ABCD$ 的底边长度为4, 高 $SH$ 为1. 求直线 $AB$ 和 $CS$ 夹角的余弦值。( )
- A.  $1/3$     B.  $-2/3$     C.  $-1/2$     D.  $2/3$ .
7. 已知钝角三角形 $ABC$ 的面积是 $3\sqrt{15}$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 6$ . 求三角形内切圆的半径。( )
- A. 3    B.  $\sqrt{5}$     C.  $\sqrt{15}/3$     D.  $\sqrt{15} - \sqrt{6}$ .
8.  $ABCD$ 为菱形. 令 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ . 求 $\overrightarrow{BD}$ 。( )
- A.  $\vec{b} - 2\vec{a}$     B.  $\vec{b} + 2\vec{a}$     C.  $2\vec{b} - \vec{a}$     D.  $\vec{a} - \vec{b}$ .
9. 四边形 $ABCD$ 内接于一个圆,  $\angle ABD = 72^\circ$ ,  $\angle BCD = 48^\circ$ ,  $AB = BC$ . 求直线 $AC$ 和 $BD$ 的夹角。( )
- A.  $60^\circ$     B.  $48^\circ$     C.  $72^\circ$     D.  $108^\circ$ .
10. 找出由以下不等式定义在平面 $Oxy$ 上的图形 $F$ 的面积。( )
- $$y \geq |x - 5| + 5, \quad (x - 4)^2 + (y - 6)^2 \leq 4.$$
- A.  $2\pi$     B.  $2\pi - 1$     C.  $3\pi/2$     D.  $1 + 3\pi/2$ .

11. 计算  $\sqrt{|40\sqrt{3} - 73|} - \sqrt{40\sqrt{3} + 73}$ 。( )

- A.  $-10$     B.  $10$     C.  $-8\sqrt{3}$     D.  $8\sqrt{3} - 10$ .

12. 比较  $a, b, c$  三个数的大小,  $a = \sqrt{5} + \sqrt{13}$ ,  $b = \sqrt{2} + \sqrt{23}$ ,  $c = 6$ 。( )

- A.  $a < b < c$     B.  $a < c < b$     C.  $c < a < b$     D.  $c < b < a$ .

13. 求方程  $3|x + 1| = 2 + x$  所有根的和。( )

- A.  $-\frac{7}{4}$     B.  $-\frac{5}{4}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $-\sqrt{3}$ .

14. 解不等式  $x \leq \frac{3x - 2}{x + 4}$ 。( )

- A.  $x \in (-\infty, -5]$     B.  $x \in (-\infty, -4]$     C.  $x \in (-1 - \sqrt{37}, -4)$     D.  $x \in (-\infty, -4)$ .

15. 求解方程  $\sqrt{-3x - 2} = x + 3$ 。( )

- A.  $x = \frac{\sqrt{37} + 9}{2}$     B.  $x = \frac{-\sqrt{37} + 9}{2}$     C.  $x = \frac{\sqrt{37} - 9}{2}$     D.  $x = \frac{-\sqrt{37} - 9}{2}$ .

16. 对于方程组

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ x - y = a, \end{cases}$$

有多少个参数  $a$ , 使得该方程组有唯一解?( )

- A. 2    B. 4    C. 1    D. 无穷多个.

17. 一个等差数列的第七项是29, 且前八项之和是172, 求该等差数列的第二项。( )

- A. 11    B. 14    C. 3    D. 32.

18. 求解方程  $\log_x \sqrt{2} - \log_{x^2} 8 = \frac{1}{2}$ 。( )

- A.  $x = \frac{1}{2}$     B.  $x = 2$     C.  $x = 4$     D.  $x = \frac{1}{4}$ .

19. 不等式  $9^x + 4 \cdot 3^{x+1} < 64$  有多少个正整数解?( )

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 没有.

20. 解不等式  $\log_3(x + 1) + \log_3(x - 3) \leq 2$ 。( )

- A.  $x \in [1 - \sqrt{13}, 1 + \sqrt{13}]$     B.  $x \in (-1, +\infty)$     C.  $x \in (3, 1 + \sqrt{13}]$     D.  $x \in (-1, 3)$ .

## 二.计算题

21. 找出所有实数  $a$  使得下列结论成立：有且仅有两个不同的实数  $b_1, b_2$ , 使得下列关于  $x$  的方程在  $b$  等于  $b_1$  及  $b_2$  时均无解。

$$a + \frac{1}{x} = b(|b - 3| + 1)$$

答案:  $a = 3, a = 4$ 。

22. 在直角梯形  $ABCD$  中给出两个圆，角  $A$  为直角。其中一个圆与斜边和较大的底边  $AD$  相切，另一个圆和斜边、较小的底边以及第一个圆相切。若  $|AB| = 9$ ,  $\cos \widehat{ADC} = 24/25$ , 求两个圆的半径。

答案: 1 和 4.

23. 求出方程的所有整数解。

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\left(3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800}\right)\right) = 1.$$

答案:  $x = -31, x = -7$ .